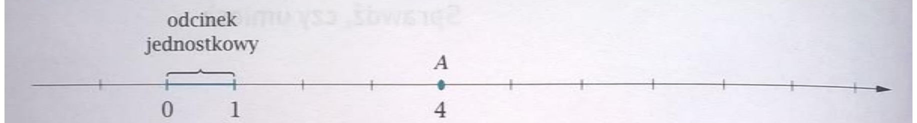
LICZBY NATURALNE

Odczytywanie i zapisywanie liczb wielocyfrowych

Liczba		Grupa milionów			Grupa tysięcy			Grupa jedności		
zapis słowny	zapis za pomocą cyfr	setki milionów	dziesiątki milionów	miliony	setki tysięcy	dziesiątki tysięcy	tysiące	setki	dziesiątki	jedności
sześć tysięcy siedemset dziewięćdziesiąt jeden	6791						6	7	9	1
sto dwa tysiące osiemset pięć	102 805				1	0	2	8	0	5
pięćdziesiąt dziewięć milionów trzysta tysięcy czterysta czterdzieści trzy	59 300 443		5	9	3	0	0	4	4	3
siedemset milionów sześćdziesiąt tysięcy dziewięć	700 060 009	7	0	0	0	6	0	0	0	9

Liczby na osi liczbowej



Punkt *A* ma współrzędną równą 4.

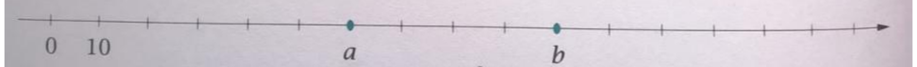
Porównywanie liczb naturalnych

Spośród dwóch liczb naturalnych ta jest większa, która ma więcej cyfr. Jeśli obie liczby mają po tyle samo cyfr, to porównujemy kolejno cyfry, zaczynając od lewej strony.

$7865 > 998$ *7865 ma cztery cyfry, a 998 ma trzy cyfry.*

$78\,435 < 78\,935$ *Cyfry dziesiątek tysięcy są takie same (równe 7), cyfry tysięcy też są takie same (równe 8), ale cyfra setek pierwszej liczby (czyli 4) jest mniejsza od cyfry setek drugiej liczby (czyli 9).*

Spośród dwóch liczb naturalnych zaznaczonych na osi liczbowej ta jest większa, która jest w większej odległości na prawo od 0.



$a < b$

Zaokrąglanie liczb naturalnych

P Zaokrąglij do tysięcy liczby 97 463 i 783 592.

$97\,463 \approx 97\,000$

Następna cyfra po cyfrze tysięcy (cyfra setek) jest mniejsza od 5, więc cyfra tysięcy się nie zmienia, a następne zastępujemy zerami, czyli zaokrąglamy w dół.

$783\,592 \approx 784\,000$

Następna cyfra po cyfrze tysięcy (cyfra setek) jest większa od 4, więc cyfrę tysięcy zwiększamy o 1, a następne zastępujemy zerami, czyli zaokrąglamy w górę.

Jeżeli zaokrąglenie liczby jest mniejsze od tej liczby, to nazywamy je przybliżeniem z niedomiarem, jeśli jest większe — przybliżeniem z nadmiarem.

Cechy podzielności

- Liczba jest podzielna przez 2, gdy jej ostatnią cyfrą jest 0, 2, 4, 6 lub 8.
- Liczba jest podzielna przez 10, gdy jej ostatnią cyfrą jest 0.
- Liczba jest podzielna przez 5, gdy jej ostatnią cyfrą jest 0 lub 5.
- Liczba jest podzielna przez 100, gdy jej ostatnie dwie cyfry to 00.
- Liczba jest podzielna przez 3, gdy suma jej cyfr jest liczbą podzielną przez 3.
- Liczba jest podzielna przez 9, gdy suma jej cyfr jest liczbą podzielną przez 9.

Liczby podzielne przez 2 nazywamy liczbami parzystymi.

P Liczba 45 638 jest podzielna przez 2, bo jej ostatnia cyfra to 8.
Liczba 34 190 jest podzielna przez 10, bo jej ostatnia cyfra to 0.
Liczba 46 375 jest podzielna przez 5, bo jej ostatnia cyfra to 5.
Liczba 908 700 jest podzielna przez 100, bo jej ostatnie dwie cyfry to 00.
Liczba 844 512 jest podzielna przez 3, bo suma jej cyfr jest równa $8+4+4+5+1+2=24$, a liczba 24 jest podzielna przez 3.
Liczba 53 487 jest podzielna przez 9, bo jej suma cyfr jest równa $5+3+4+8+7=27$, a liczba 27 jest podzielna przez 9.

Liczby pierwsze i złożone

Liczba naturalna, która ma dokładnie dwa różne dzielniki to **liczba pierwsza**. Liczby pierwsze to: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113...

Każda liczba pierwsza jest podzielna tylko przez 1 i przez samą siebie.

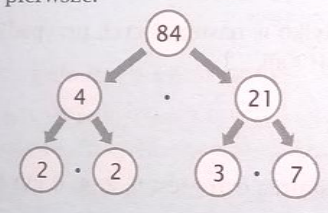
Liczby naturalne różne od zera, które mają więcej niż dwa różne dzielniki, to **liczby złożone**.

Liczby 0 i 1 nie są liczbami pierwszymi ani złożonymi.

Rozkład liczb na czynniki pierwsze

Każdą liczbę złożoną można przedstawić w postaci iloczynu liczb pierwszych.

P a) Rozłóż liczbę 84 na czynniki pierwsze.



$84 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$

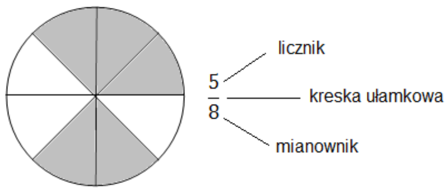
b) Rozłóż liczbę 90 na czynniki pierwsze.

90	2
45	3
15	3
5	5
1	

$90 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$

UŁAMKI ZWYKŁE

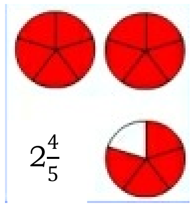
Jeśli koło podzielimy na 8 równych części, to 5 takich części stanowi $\frac{5}{8}$ tego koła. Ułamek, którego licznik i mianownik mają taką samą wartość, jest równy 1.



Ułamek, w którym licznik jest mniejszy od mianownika, to **ułamek właściwy** (np. $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{19}$, $\frac{50}{51}$). Ułamek, w którym licznik jest większy od mianownika, to **ułamek niewłaściwy** (np. $\frac{5}{2}$, $\frac{7}{7}$, $\frac{19}{18}$, $\frac{678}{1}$).

Ułamek, to także inny zapis dzielenia, np.: $5 : 9 = \frac{5}{9}$, $10 : 7 = \frac{10}{7}$, $9 : 9 = 9$.

LICZBY MIESZANE



Dwa koła i $\frac{4}{5}$ koła, to inaczej $2\frac{4}{5}$ koła. Tego typu liczby nazywamy **mieszanymi.** Liczby mieszane można zapisać za pomocą ułamków niewłaściwych i na odwrót. Każdy ułamek niewłaściwy można zamienić na liczbę mieszaną lub liczbę naturalną.

a) Zamiana liczby mieszanej na ułamek niewłaściwy:

$6\frac{2}{5} = \frac{5 \bullet 6+2}{5} = \frac{32}{5}$ $\qquad$ $4\frac{6}{7} = \frac{7 \bullet 4+6}{7} = \frac{34}{7}$

b) Zamiana ułamka niewłaściwego na liczbę mieszaną (lub liczbę naturalną).

$\frac{30}{5} = 30 : 5 = 6$ $\qquad$ $\frac{18}{7} = 18 : 7 = 2\frac{4}{7}$ $\qquad$ $(18 : 7 = 2 \text{ r } 4)$

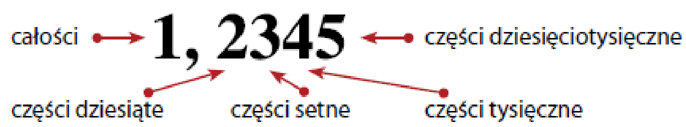
ROZSZERZANIE I SKRACANIE UŁAMKÓW ZWYKŁYCH

Rozszerzyć ułamek zwykły to znaczy pomnożyć licznik i mianownik przez tą samą liczbę różną od zera. **Skrócić ułamek** zwykły to znaczy podzielić licznik i mianownik przez tą samą liczbę różną od zera.
Ułamek po skróceniu lub rozszerzeniu nie zmienia swojej wartości, zmienia się jedynie forma zapisu, np.:

$\frac{5}{9} = \frac{5 \bullet 3}{9 \bullet 3} = \frac{15}{27}$ $\qquad$ $\frac{2}{3} = \frac{2 \bullet 5}{3 \bullet 5} = \frac{10}{15}$ $\qquad$ $\frac{14}{36} = \frac{14 : 2}{36 : 2} = \frac{7}{18}$

UŁAMKI DZIESIĘTNE

Budowa ułamka dziesiętnego



Ułamki dziesiętne to inaczej zapisane ułamki zwykłe o mianowniku 10, 100, 1000, ...

$\frac{2}{10} = 0{,}2$ $\qquad$ $\frac{16}{100} = 0{,}16$ $\qquad$ $\frac{5}{1000} = 0{,}005$ $\qquad$ $7\frac{4}{100} = 7{,}04$

Pierwsza cyfra po przecinku to cyfra części dziesiętnych, druga - części setnych, trzecia - części tysięcznych, itd.

a) Zamiana ułamków dziesiętnych na ułamki zwykłe:

$0,25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$ $\quad$ $7,4 = 7\frac{4}{10} = 7\frac{2}{5}$ $\quad$ $0,05 = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}$

b) Zamiana ułamków zwykłych na ułamki dziesiętne:

Ułamek zwykły można zamienić na ułamek dziesiętny poprzez:

- ✓ rozszerzanie: $\frac{9}{25} = \frac{9 \bullet 4}{25 \bullet 4} = \frac{36}{100} = 0,36$
- ✓ skracanie: $\frac{45}{50} = \frac{45:5}{50:5} = \frac{9}{10} = 0,9$
- ✓ podzielenie licznika przez mianownik: $\frac{13}{8} = 13 : 8 = 1,625$

ZAOKRĄGLANIE UŁAMKÓW DZIESIĘTNYCH

Zasady zaokrąglania ułamków dziesiętnych są podobne do zasad zaokrąglania liczb naturalnych.

- ✓ Zaokrąglanie do części setnych liczby: $0,32471 \approx 0,32000 \approx 0,32$

  Cyfra części tysięcznych jest mniejsza od 5, więc cyfra części setnych się nie zmienia, a następne zastępujemy zerami.

- ✓ Zaokrąglanie do części dziesiętnych liczby: $0,7625 \approx 0,8000 \approx 0,8$

  Cyfra części setnych jest większa od 4, więc cyfrę części dziesiętnych zwiększamy o 1, a następne zastępujemy zerami.

PORÓWNYWANIE UŁAMKÓW DZIESIĘTNYCH

- ✓ Która z liczb jest większa: 20,789 czy 20,749 ?

  20,789 > 20,749 $\quad$ *789 tysięcznych to więcej niż 749 tysięcznych*

  8 > 4

- ✓ Która z liczb jest większa: 4,63 czy 4,631 ?

  4,63 = 4,630 $\quad$ 4,630 < 4631 $\quad$ *630 tysięcznych to mniej niż 631 tysięcznych*

  0 < 1

ROZWINIĘCIE DZIESIĘTNE UŁAMKA

Każdy ułamek zwykły można zapisać w postaci dziesiętnej, czyli podać jego rozwinięcie dziesiętne. Ułamki mają rozwinięcie skończone lub nieskończone.

$\frac{3}{16} = ?$

```
  0,1875
  3 : 16
  30
 -16
  140
 -128
   120
  -112
     80
    -80
      0
```

$\frac{3}{16} = 0,1875$

Ułamek $\frac{3}{16}$ ma rozwinięcie dziesiętne skończone.

$\frac{3}{11} = ?$

```
  0,27272
  3 : 11
  30
 -22
   80
  -77
    30
   -22
     80
    -77
      3
```

$\frac{3}{11} = 0,2727272727...$

Ułamek $\frac{3}{11}$ ma rozwinięcie dziesiętne nieskończone.

0,(27)

PORÓWNYWANIE UŁAMKÓW ZWYKŁYCH

Ułamki zwykłe można porównywać na kilka sposobów:

- ✓ Jeśli dwa ułamki mają jednakowe mianowniki, to ten z nich jest większy, który ma większy licznik, np. $\frac{12}{19} > \frac{10}{19}$.
- ✓ Jeśli dwa ułamki mają jednakowe liczniki, to ten jest większy, który ma mniejszy mianownik, np. $\frac{13}{20} > \frac{13}{30}$.
- ✓ Aby porównać dwa ułamki o różnych mianownikach, sprowadzamy je do wspólnego mianownika lub zamieniamy je na ułamki dziesiętne, które łatwiej jest porównać.

  a) Porównaj ułamki: $\frac{7}{9}$ i $\frac{5}{6}$ Sprowadzamy je do wspólnego mianownika. Wspólnymi mianownikami są: 18, 36 lub 54.

  $\frac{7}{9} = \frac{7 \bullet 2}{9 \bullet 2} = \frac{14}{18}$ $\quad$ $\frac{5}{6} = \frac{5 \bullet 3}{6 \bullet 3} = \frac{15}{18}$ $\quad$ $\frac{14}{18} < \frac{15}{18}$, więc $\frac{7}{9} < \frac{5}{6}$.

  b) $\frac{13}{20}$ i $\frac{5}{7}$

  $\frac{13}{20} = \frac{13 \bullet 5}{20 \bullet 5} = \frac{65}{100} = 0,65$ $\quad$ $\frac{5}{7} = 5 : 7 = 0,71$, więc $\frac{13}{20} < \frac{5}{7}$.

DZIAŁANIA NA UŁAMKACH ZWYKŁYCH

Dodawanie ułamków zwykłych

Obliczając sumę ułamków o jednakowych mianownikach, dodajemy ich liczniki, a mianownik zostaje bez zmiany. Jeśli ułamki mają różne mianowniki, to najpierw sprowadzamy te ułamki do wspólnego mianownika.

Gdy w wyniku dodawania otrzymujemy ułamek niewłaściwy, warto zamienić go na liczbę mieszaną.

P Oblicz:

a) $\frac{8}{15} + \frac{4}{15} = \frac{8+4}{15} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$

b) $\frac{6}{7} + \frac{4}{7} = \frac{6+4}{7} = \frac{10}{7} = 1\frac{3}{7}$

c) $2\frac{3}{8} + 5\frac{1}{8} = 7\frac{4}{8} = 7\frac{1}{2}$

d) $4\frac{3}{4} + 7\frac{1}{4} = 11\frac{4}{4} = 12$

e) $\frac{7}{10} + \frac{2}{15} = \frac{21}{30} + \frac{4}{30} = \frac{25}{30} = \frac{5}{6}$

f) $3\frac{2}{3} + 4\frac{5}{7} = 3\frac{14}{21} + 4\frac{15}{21} = 7\frac{29}{21} = 8\frac{8}{21}$

Odejmowanie ułamków zwykłych

Obliczając różnicę ułamków o jednakowych mianownikach, odejmujemy ich liczniki, a mianownik zostaje bez zmiany. Jeśli ułamki mają różne mianowniki, to najpierw sprowadzamy te ułamki do wspólnego mianownika.

P Oblicz:

a) $\frac{8}{17} - \frac{5}{17} = \frac{8-5}{17} = \frac{3}{17}$

b) $\frac{5}{6} - \frac{4}{9} = \frac{15}{18} - \frac{8}{18} = \frac{15-8}{18} = \frac{7}{18}$

c) $6\frac{8}{9} - 4\frac{5}{9} = 2\frac{3}{9} = 2\frac{1}{3}$

d) $8 - \frac{3}{4} = 7\frac{4}{4} - \frac{3}{4} = 7\frac{1}{4}$

e) $7\frac{2}{5} - 1\frac{4}{5} = 6\frac{7}{5} - 1\frac{4}{5} = 5\frac{3}{5}$

f) $5\frac{2}{3} - 2\frac{3}{7} = 5\frac{14}{21} - 2\frac{9}{21} = 3\frac{5}{21}$

P W dzbanku było $\frac{3}{4}$ litra soku. Asia wypiła $\frac{2}{5}$ litra tego soku, a mama dolała do dzbanka jeszcze $\frac{1}{2}$ litra soku. Ile soku jest teraz w dzbanku?

$\frac{3}{4} - \frac{2}{5} = \frac{15}{20} - \frac{8}{20} = \frac{7}{20}$

$\frac{7}{20} + \frac{1}{2} = \frac{7}{20} + \frac{10}{20} = \frac{17}{20}$

Odp. Po dolaniu w dzbanku jest $\frac{17}{20}$ litra soku.

Mnożenie ułamków zwykłych

Obliczając iloczyn dwóch ułamków, mnożymy ich liczniki oraz mianowniki.

Mnożąc ułamek przez liczbę mieszaną, zamieniamy ją na ułamek zwykły.

Gdy obliczamy iloczyn ułamka przez liczbę naturalną, mnożymy licznik przez tę liczbę, a mianownik pozostaje bez zmiany.

P Oblicz (i skróć, jeśli to możliwe).

a) $\frac{4}{7} \cdot \frac{2}{5} = \frac{4 \cdot 2}{7 \cdot 5} = \frac{8}{35}$

b) $\frac{3}{4} \cdot 2\frac{1}{2} = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{2} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 2} = \frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}$

c) $3\frac{1}{5} \cdot 1\frac{5}{8} = \frac{\cancel{16}^{2}}{5} \cdot \frac{13}{\cancel{8}_{1}} = \frac{2 \cdot 13}{5 \cdot 1} = \frac{26}{5} = 5\frac{1}{5}$

d) $6 \cdot \frac{4}{7} = \frac{6 \cdot 4}{7} = \frac{24}{7} = 3\frac{3}{7}$

e) ${}^{2}\cancel{8} \cdot \frac{5}{\cancel{12}_{3}} = \frac{2 \cdot 5}{3} = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$

f) $9 \cdot 1\frac{2}{3} = {}^{3}\cancel{9} \cdot \frac{5}{\cancel{3}_{1}} = \frac{3 \cdot 5}{1} = 15$

Odwrotność liczby

Jeśli iloczyn dwóch liczb jest równy 1, to mówimy, że jedna z tych liczb jest odwrotnością drugiej.

P a) Odwrotnością liczby $\frac{5}{8}$ jest liczba $\frac{8}{5}$, czyli $1\frac{3}{5}$.

b) Odwrotnością liczby $1\frac{3}{7}$, czyli $\frac{10}{7}$, jest liczba $\frac{7}{10}$.

c) Odwrotnością liczby 9, czyli $\frac{9}{1}$, jest liczba $\frac{1}{9}$.

d) Odwrotnością liczby 1 jest liczba 1.

Dzielenie ułamków zwykłych

Aby podzielić liczbę przez ułamek, mnożymy tę liczbę przez odwrotność tego ułamka.

P Oblicz:

a) $6 : \frac{4}{5} = {}^{3}\cancel{6} \cdot \frac{5}{\cancel{4}_{2}} = \frac{15}{2} = 7\frac{1}{2}$

b) $\frac{5}{9} : \frac{2}{3} = \frac{5}{\cancel{9}_{3}} \cdot \frac{\cancel{3}^{1}}{2} = \frac{5}{6}$

c) $\frac{5}{7} : 1\frac{11}{14} = \frac{5}{7} : \frac{25}{14} = \frac{\cancel{5}^{1}}{\cancel{7}_{1}} \cdot \frac{\cancel{14}^{2}}{\cancel{25}_{5}} = \frac{2}{5}$

d) $2\frac{1}{3} : 5\frac{1}{6} = \frac{7}{3} : \frac{31}{6} = \frac{7}{\cancel{3}_{1}} \cdot \frac{\cancel{6}^{2}}{31} = \frac{14}{31}$

Kwadraty i sześciany ułamków zwykłych

P Oblicz:

a) $\left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{5} = \frac{16}{25}$

b) $\left(1\frac{3}{5}\right)^2 = \left(\frac{8}{5}\right)^2 = \frac{8}{5} \cdot \frac{8}{5} = \frac{64}{25} = 2\frac{14}{25}$

c) $\left(\frac{2}{10}\right)^3 = \frac{2}{10} \cdot \frac{2}{10} \cdot \frac{2}{10} = \frac{8}{1000} = \frac{1}{125}$

d) $\left(1\frac{1}{2}\right)^3 = \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{27}{8} = 3\frac{3}{8}$

DZIAŁANIA NA UŁAMKACH DZIESIĘTNYCH

Dodawanie i odejmowanie ułamków dziesiętnych sposobem pisemnym

Ułamki dziesiętne podpisujemy tak, aby przecinek znalazł się pod przecinkiem. Dodawanie i odejmowanie wykonujemy tak jak na liczbach naturalnych. Jeśli liczba cyfr po przecinku nie jest jednakowa, można dopisać zera.

P

```
    8 2,4 7          1 3,7 2          1 0 3,7 2 8
+ 1 2,9 5      + 1 8 9,5 0        -     8 1,6 0 0
---------      -----------        ---------------
    9 5,4 2      2 0 3,2 2              2 2,1 2 8
```

Mnożenie i dzielenie ułamków dziesiętnych przez 10, 100, 1000, ...

Mnożąc ułamek dziesiętny przez 10, 100, 1000, przesuwamy przecinek odpowiednio o jedno, dwa lub trzy miejsca w prawo. W razie potrzeby dopisujemy zera.

P a) $10 \cdot 2{,}834 = 28{,}34$ c) $1000 \cdot 12{,}4 = 12\,400$

b) $100 \cdot 2{,}95 = 295$ d) $10\,000 \cdot 62{,}951 = 629\,510$

Wynik dzielenia ułamka dziesiętnego przez 10, 100, 1000 otrzymujemy, przesuwając przecinek w lewo odpowiednio o jedno, dwa lub trzy miejsca. W razie potrzeby dopisujemy zera.

P a) $627{,}5 : 10 = 62{,}75$ c) $25{,}921 : 1000 = 0{,}025921$

b) $58{,}2 : 100 = 0{,}582$ d) $5 : 100 = 0{,}05$

Mnożenie ułamków dziesiętnych sposobem pisemnym

Mnożenie sposobem pisemnym ułamków dziesiętnych wykonujemy tak jak na liczbach naturalnych. W wyniku oddzielamy przecinkiem tyle cyfr (odliczając od prawej strony), ile jest razem cyfr po przecinku w obu czynnikach.

P

```
        7 3,9 2                3,2 8 2
      ·   4,5 6              ·   4,9 7
      ---------              ---------
      4 4 3 5 2              2 2 9 7 4
    3 6 9 6 0              2 9 5 3 8
+ 2 9 5 6 8            + 1 3 1 2 8
-------------          -------------
  3 3 7,0 7 5 2          1 6,3 1 1 5 4
```

Dzielenie ułamków dziesiętnych sposobem pisemnym

Dzielenie sposobem pisemnym ułamka dziesiętnego przez liczbę naturalną wykonujemy tak, jak dzielenie liczb naturalnych. Przecinek w wyniku stawiamy nad przecinkiem w dzielnej.

Gdy w kolejnym kroku dzielenia nie ma już w dzielnej cyfr, które można dopisać do otrzymanej reszty, dopisujemy do tej reszty zero i kontynuujemy dzielenie.

P Oblicz sposobem pisemnym:

```
    1 2,6                    1 5,3 1 1...
  -----------              -------------
  3 5 2,8 : 2 8            1 3 7,8 : 9
- 2 8                    - 9
-----                    ---
    7 2                    4 7
  - 5 6                  - 4 5
  -----                  -----
    1 6 8                    2 8
  - 1 6 8                  - 2 7
  -------                  -----
        0                      1 0
                             -   9
                             -----
                                 1
```

$352{,}8 : 28 = 12{,}6$

$137{,}8 : 9 = 15{,}311\ldots$

Gdy dzielimy przez siebie dwa ułamki dziesiętne, to najpierw w każdym z nich przesuwamy przecinek w prawo o tyle cyfr (czyli mnożymy każdą z nich przez 10, 100 albo 1000), aby dzielnik stał się liczbą naturalną. Następnie wykonujemy dzielenie.

P Oblicz sposobem pisemnym:

$5{,}654 : 4{,}4 = 56{,}54 : 44$

```
    1,2 8 5
  -----------
  5 6,5 4 : 4 4
- 4 4
-----
  1 2 5
-   8 8
  -----
    3 7 4
  - 3 5 2
  -------
      2 2 0
    - 2 2 0
    -------
          0
```

$5{,}654 : 4{,}4 = 1{,}285$

Obliczanie wartości wyrażeń arytmetycznych

Jeśli w wyrażeniu występują ułamki zwykłe i dziesiętne, to aby obliczyć wartość tego wyrażenia, możemy zamienić ułamki dziesiętne na zwykłe, albo — jeśli to możliwe — ułamki zwykłe na dziesiętne.

P a) $\frac{3}{4} + 0{,}45 = 0{,}75 + 0{,}45 = 1{,}2$

$\frac{3}{4} + 0{,}45 = \frac{3}{4} + \frac{9}{20} = \frac{15}{20} + \frac{9}{20} = \frac{24}{20} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$

b) $8{,}5 \cdot \frac{2}{5} = 8{,}5 \cdot 0{,}4 = 3{,}4$

$8{,}5 \cdot \frac{2}{5} = 8\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} = \frac{17}{\cancel{2}_1} \cdot \frac{\cancel{2}^1}{5} = \frac{17}{5} = 3\frac{2}{5}$

$8{,}5 \cdot \frac{2}{5} = \frac{8{,}5 \cdot 2}{5} = \frac{17}{5} = 3\frac{2}{5}$

c) $1\frac{4}{5} - 0{,}7 = 1{,}8 - 0{,}7 = 1{,}1$

$1\frac{4}{5} - 0{,}7 = 1\frac{8}{10} - \frac{7}{10} = 1\frac{1}{10}$

d) $5{,}6 : \frac{4}{25} = 5\frac{3}{5} : \frac{4}{25} = \frac{\cancel{28}^7}{\cancel{5}_1} \cdot \frac{\cancel{25}^5}{\cancel{4}_1} = \frac{7 \cdot 5}{1 \cdot 1} = 35$

$5{,}6 : \frac{4}{25} = 5{,}6 : 0{,}16 = 560 : 16 = 35$

P Antek, Oskar i Ula złożyli się na kosztujący 32,40 zł prezent urodzinowy dla Kasi. Antek dał $\frac{1}{4}$ potrzebnej kwoty i jeszcze 2,70 zł. Oskar dał $\frac{1}{6}$ ceny prezentu i jeszcze 5,40 zł. Ula dała resztę. Jaką część ceny prezentu stanowiła składka Uli?

$\frac{1}{4} \cdot 32{,}40 = 0{,}25 \cdot 32{,}40 = 8{,}10$

$8{,}10 + 2{,}70 = 10{,}80$

Składka Antka to 10,80 zł.

$\frac{1}{6} \cdot 32{,}40 + 5{,}40 = \frac{32{,}4}{6} + 5{,}4 = 5{,}4 + 5{,}4 = 10{,}8$

Składka Oskara to 10,80 zł.

$32{,}40 - 10{,}80 - 10{,}80 = 10{,}80$

$\frac{10{,}80}{32{,}40} = \frac{1}{3}$

Odp. Składka Uli stanowiła $\frac{1}{3}$ ceny prezentu.

LICZBY NA CO DZIEŃ

Jednostki czasu

1 godzina = 60 minut = $\frac{1}{24}$ doby

1 kwadrans = 15 minut = $\frac{1}{4}$ godziny

1 minuta = 60 sekund = $\frac{1}{60}$ godziny

1 doba = 24 godziny

P a) 3 godziny 15 minut — ile to minut?

3 godziny to 180 minut

3 godziny 15 minut to $180 + 15 = 195$ minut

b) $\frac{3}{4}$ godziny — ile to minut?

$\frac{3}{4}$ godziny to $\frac{3}{4} \cdot 60 = 45$ minut

c) Wyraź 320 sekund w minutach i sekundach.

300 sekund to 5 minut

320 sekund to 5 minut 20 sekund

Przykłady obliczeń zegarowych

P a) Załóżmy, że jest godzina 15:40. Ile minut upłynie do 16:15?

Od 15:40 do 16:00 mija 20 minut.

Od 16:00 do 16:15 mija 15 minut.

Razem: 35 minut.

b) Ile czasu upływa od godziny 12:40 do godziny 17:55?

Od 12:40 do 17:40 mija 5 pełnych godzin.

Od 17:40 do 17:55 mija 15 minut.

Razem: 5 godzin 15 minut.

P Pociąg wyruszył o godzinie 14:35, a po 3 godzinach i 40 minutach dotarł na miejsce. O której godzinie dojechał do celu?

Po trzech godzinach od 14:35 będzie godzina 17:35.

Po kolejnych 40 minutach będzie godzina 18:15.

Odp. Pociąg dojechał do celu o godzinie 18:15.

P Podróż autobusem trwała 2 godziny 20 minut. O której godzinie autobus wyruszył w trasę, skoro dojechał do celu o 13:10?

Dwie godziny przed 13:10 była 11:10.

Ale autobus wyruszył o 20 minut wcześniej, czyli o godzinie 10:50.

Odp. Autobus wyruszył o godzinie 10:50.

Obliczenia kalendarzowe

1 tydzień = 7 dni 1 rok = 12 miesięcy 1 wiek = 100 lat

Liczba dni w roku zwykłym wynosi 365 (luty ma 28 dni), a w roku przestępnym 366 (luty ma 29 dni). Rok ma cztery kwartały.
I kwartał: styczeń (31 dni), luty (28 lub 29 dni), marzec (31 dni)
II kwartał: kwiecień (30 dni), maj (31 dni), czerwiec (30 dni)
III kwartał: lipiec (31 dni), sierpień (31 dni), wrzesień (30 dni)
IV kwartał: październik (31 dni), listopad (30 dni), grudzień (31 dni)

Jeśli rok nie jest ostatnim rokiem wieku i jest oznaczony liczbą podzielną przez 4, to jest przestępny, np. lata przestępne w XXI wieku to: 2004, 2008, 2012, 2016, …
Ostatni rok wieku może być przestępny lub nieprzestępny. Lata: 1400, 1500, 1700, 1800, 1900, 2100 to lata nieprzestępne, a 1600, 2000, 2400 to lata przestępne.

Ustalanie dat

P Marek obliczył, że od 19 maja muszą upłynąć jeszcze 2 tygodnie do dnia jego wyjazdu na obóz rowerowy. Którego dnia Marek wyjedzie na obóz?

Trzeba ustalić, jaka data będzie za 14 dni od 19 maja.

Od 19 maja do 31 maja mija 12 dni. Trzeba doliczyć jeszcze 2 dni.

Odp. Obóz zacznie się 2 czerwca.

Ustalanie dni tygodnia i upływ czasu

P a) 1 czerwca pewnego roku wypadł we wtorek. Jaki dzień tygodnia będzie 26 czerwca?

Wtorek powtarza się co 7 dni. Daty kolejnych wtorków to: 1 VI, 8 VI, 15 VI, 22 VI. Zatem 23 VI to środa, 24 VI — czwartek, 25 VI — piątek, 26 VI — sobota.

b) Ile tygodni i ile dni minęło od 12 lipca do 15 sierpnia?

Od 12 lipca do 31 lipca mija 19 dni, a od 31 lipca do 15 sierpnia — 15 dni.

Razem to 34 dni, czyli 4 tygodnie i 6 dni.

Ustalanie, który to wiek

P Który to wiek?

781 r. — VIII w. 800 r. — VIII w. 801 r. — IX w. 859 r. — IX w.
1854 r. — XIX w. 1900 r. — XIX w. 1901 r. — XX w. 2000 r. — XX w.

Pierwsza połowa XXI wieku to okres od 1 stycznia 2001 r. do 31 grudnia 2050 r.
Druga połowa XXI wieku to okres od 1 stycznia 2051 r. do 31 grudnia 2100 r.

Jednostki długości

1 cm = 10 mm	1 dm = 10 cm	1 m = 100 cm	1 km = 1000 m
1 mm = 0,1 cm	1 cm = 0,1 dm	1 cm = 0,01 m	1 m = 0,001 km

P a) 7 cm 5 mm — ile to milimetrów?

7 cm = 70 mm

7 cm 5 mm = 75 mm

b) 2 m 3 cm — ile to centymetrów?

2 m = 200 cm

2 m 3 cm = 203 cm

P Która z długości: 0,15 km, 1,5 m, 1500 cm, 10 500 mm jest najmniejsza?

Aby porównać wielkości, wyraźmy je w jednakowej jednostce długości.

0,15 km = (0,15 · 1000) m = 150 m

1500 cm = (1500 : 100) m = 15 m

10 500 mm = (10 500 : 10) cm = 1050 cm = (1050 : 100) m = 10,5 m

1,5 m < 10,5 m < 15 m < 150 m

Odp. Najmniejsza długość to 1,5 m.

Jednostki masy

1 g = 1000 mg	1 dag = 10 g	1 kg = 100 dag	1 kg = 1000 g	1 t = 1000 kg
1 mg = 0,001 g	1 g = 0,1 dag	1 dag = 0,01 kg	1 g = 0,001 kg	1 kg = 0,001 t

P a) 2 kg 55 dag — ile to dekagramów?

2 kg = 200 dag

2 kg 55 dag = 255 dag

b) 3 kg 50 g — ile to gramów?

3 kg = 3000 g

3 kg 50 g = 3050 g

P Która z mas: 4800 g, 48 kg, 4080 dag czy 0,48 t jest największa?

Najpierw zamieńmy podane masy na kilogramy.

4800 g = (4800 : 1000) kg = 4,8 kg

4080 dag = (4080 : 100) kg = 40,8 kg

0,48 t = (0,48 · 1000) kg = 480 kg

4,8 kg < 40,8 kg < 48 kg < 480 kg

Odp. Największa masa to 480 kg, czyli 0,48 t.

Skala i plan

Na rysunku w skali 1 : 2 wymiary rzeczywiste są pomniejszone 2 razy, a na rysunku w skali 2 : 1 wymiary rzeczywiste są powiększone 2 razy.

Znamy wymiary rzeczywiste — jak wykonać rysunek w skali?

P Drzwi mają wymiary 90 cm × 220 cm. Jakie będą wymiary tych drzwi na rysunkach wykonanych w podanych skalach?

Skala	Szerokość	Wysokość
1 : 10	90 cm : 10 = 9 cm	220 : 10 = 22 cm
1 : 20	90 cm : 20 = 4,5 cm	220 : 20 = 11 cm
1 : 100	90 cm : 100 = 0,9 cm	220 : 100 = 2,2 cm

P Biedronka ma 7 mm długości. Jaka będzie długość tej biedronki na rysunkach wykonanych w podanych skalach?

w skali 10 : 1 $\quad$ 7 mm · 10 = 70 mm = 7 cm

w skali 50 : 1 $\quad$ 7 mm · 50 = 350 mm = 35 cm

w skali 200 : 1 $\quad$ 7 mm · 200 = 1400 mm = 1 m 40 cm

P Odległość w linii prostej między miastami A i B wynosi 120 km. Jaka będzie odległość między tymi miastami na mapie w skali 1 : 600 000?

1 cm na mapie to 600 000 cm, czyli 6000 m, czyli 6 km w rzeczywistości.
120 : 6 = 20

Odp. Odległość na mapie wynosi 20 cm.

Znamy skalę i wymiary na rysunku — obliczamy wymiary rzeczywiste

P Odległość między punktami *A* i *B* na planie wykonanym w skali 1 : 8000 wynosi 4 cm. Jaka jest odległość między tymi punktami w terenie?

I sposób: 1 cm na tym planie to 8000 cm = 80 m w terenie.
4 cm na tym planie to 4 · 80 m = 320 m w terenie.

II sposób: 4 cm · 8000 = 32 000 cm = 320 m

Odp. Odległość między tymi punktami w terenie to 320 m.

Etapy rozwiązywania zadania tekstowego

Rozwiązując zadanie tekstowe, pamiętaj, aby:

- uważnie przeczytać treść i ustalić, co jest dane, a co trzeba obliczyć,
- wypisać najważniejsze informacje z treści zadania — można to zrobić na przykład w formie notatki, rysunku pomocniczego, schematu, tabeli, wykresu,
- ustalić etapy rozwiązywania zadania,
- zapisać rozwiązanie zadania, pamiętając, aby było ono uporządkowane i czytelne również dla innych osób,
- sprawdzić, czy rozwiązanie jest sensowne i daje odpowiedź na postawione w zadaniu pytanie,
- zapisać odpowiedź.

Przykłady zapisów rozwiązań zadań tekstowych

P Rolka papieru do drukarki ma 20 m. Architekt wydrukował już jeden rysunek. Wykorzystał 2,5 m papieru z tej rolki. Na wydrukowanie każdego z pozostałych rysunków potrzeba 2 m papieru. Ile takich rysunków może jeszcze wydrukować architekt?

20 m — długość całej rolki papieru

2,5 m — długość pierwszego wydruku

20 – 2,5 = 17,5 [m] — tyle papieru zostało w drukarce

2 m — długość każdego następnego wydruku

17,5 : 2 = 8,75

Ilość pozostałych wydruków — 8

Sprawdzenie: 20 – (2,5 + 8 · 2) = 20 – 18,5 = 1,5 [m]

Kolejny wydruk się nie zmieści.

Odp. Architekt może wydrukować jeszcze 8 rysunków.

P Basia zapłaciła 10 zł za 40 dag cukierków czekoladowych. Ile kosztował kilogram tych cukierków?

40 dag ⟶ 10 zł

10 dag ⟶ 2,50 zł $\quad$ *10 dag to 4 razy mniej niż 40 dag*

100 dag ⟶ 25 zł $\quad$ *100 dag to 10 razy więcej niż 10 dag*

Odp. Kilogram cukierków kosztował 25 zł.

P Babcia ma 69 lat, a wnuczka ma 5 lat. Za ile lat babcia będzie 9 razy starsza od wnuczki?

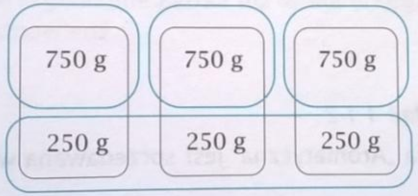
	Wiek wnuczki	Wiek babci	Czy babcia jest 9 razy starsza niż wnuczka?
teraz	5	69	69 : 5 to więcej niż 13
za 1 rok	6	70	70 : 6 to więcej niż 11
za 2 lata	7	71	71 : 7 to więcej niż 10
za 3 lata	8	72	72 : 8 = 9

Odp. Babcia będzie 9 razy starsza od wnuczki za 3 lata.

P Mama Radka kupiła 3 kg mąki. Na jedną porcję ciasta drożdżowego potrzebuje 750 g mąki. Ile porcji ciasta drożdżowego może zrobić mama Radka z zakupionej mąki?

750 g — tyle waży mąka potrzebna na jedna porcję ciasta

1 kg = 1000 g



Odp. Mama Radka może przygotować 4 porcje ciasta drożdżowego.